Math 2331 Homework Solutions

1. $x_1 - 3x_2 = 3$
$3x_1 + 10x_2 = 4$

Augmented Matrix $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & 10 & 4 \end{bmatrix}$

(6) Add $-3 \times R_1$ to $R_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 19 & -5 \end{bmatrix}$

Multiply R_2 by $\frac{1}{19} \quad \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & -5/19 \end{bmatrix}$

Add $3 \times R_2$ to $R_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2\frac{4}{19} \\ 0 & 1 & -5/19 \end{bmatrix} \quad x_1 = \frac{42}{19} \quad x_2 = -5/19$

2. (6) $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \frac{1}{2} \times R_3 \begin{bmatrix} 1 & -4 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad -3 \times R_3 + R_2 \rightarrow R_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$5 \times R_3 + R_1 \rightarrow R_1$

$4 \times R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x_1 = -3 \\ x_2 = -4 \\ x_3 = 2 \end{matrix}$

(6) 3. $\begin{bmatrix} 1 & h & 3 \\ 5 & 7 & 15 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & h & 3 \\ 0 & 7-5h & 0 \end{bmatrix}$ → Echelon form, no pivot in last column for any h. System is consistent for all h.

(6) 4. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & -4 & -8 & -12 \\ 0 & -8 & -16 & -32 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (1) & 0 & -1 & 1 \\ 0 & (1) & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} (1) & 3 & 5 & 7 \\ 3 & (5) & 7 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 3 \end{bmatrix}$ Pivot positions $(1,1)$, $(2,2)$

(6) 5. Find general solution $[A|b] = \begin{bmatrix} 1 & -7 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -14 & -4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -7 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -12 & -8 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -7 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p & & p & & \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} x_1 = 5 + 7x_2 - 6x_4 \\ x_3 = 2 - 3x_4 \end{matrix}$ Solution

Vector form $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} -6 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$